TEMA 17 ANGULOS

CASOS DIRECTOS

17.1. ANGULOS ENTRE DOS RECTAS

Pueden ocurrir dos casos, según que las rectas se corten o se crucen :

17.1.1. LAS RECTAS SE CORTAN

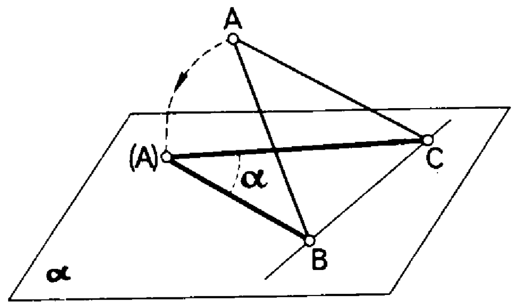


Fig. 9.4

Supongamos (fig. 9.4) que queremos hallar el ángulo que forman entre sí las rectas (AB) y (AC), que se cortan en (A).Sea el plano Horizontal de Proyección en el que se determinan las trazas (B) y (C) de las rectas.Abatamos sobre el plano que determinan dichas rectas:como (B) y (C) son puntos de la charnela (BC),bastará abatir el punto (A),en ((A)).Se obtiene así el ángulo abatido (C) ((A)) (B),en el que puede medirse su valor en verdadera magnitud.

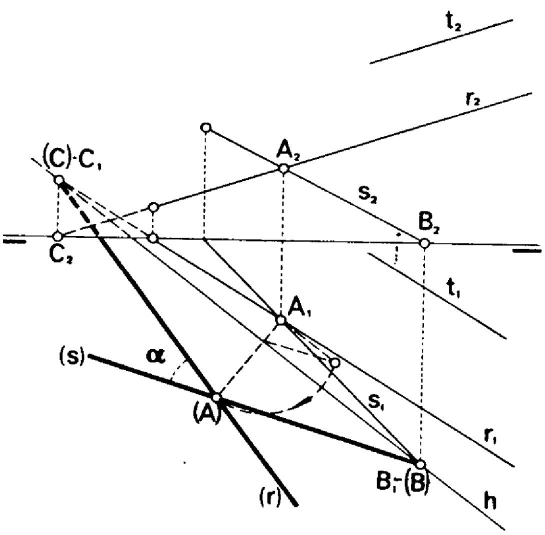


Fig. 9.5

En la (figura 9,5) las rectas (r1-r2) y (s1-s2) se cortan en (A1-A2).Las trazas horizontales (B1-B2) y (C1-C2) de ambas determinan la charnela del plano que forman dichas rectas.

Abatimos luego el punto (A1-A2) en (A), obteniendo las rectas abatidas (r) y (s),y que respectivamente son (A-C) y (A-B) las cuales forman el angulo pedido en verdadera magnitud.

17.1.2. LAS RECTAS SE CRUZAN

Desde un punto cualquiera de una de las rectas dadas (A1-A2),trazaremos una paralela a la otra recta (r1-r2).Mediante el método anterior en (fig. 9,5) (rectas que se cortan) hallamos el ángulo que forman entre ellas y así obtendremos el ángulo pedido entre las rectas que se cruzan trasladándolo por paralelismo.(s1-s2) y (r1-r2).

.

17.2 ANGULOS DE RECTAS CON PLANOS

Según lo visto en la (figura 9.2) se hallará primeramente la intersección (B1-B2) de la recta dada (r1-r2) (fig. 9.6) con el plano,para lo que nos hemos auxiliado del plano proyectante horizontal de la recta.

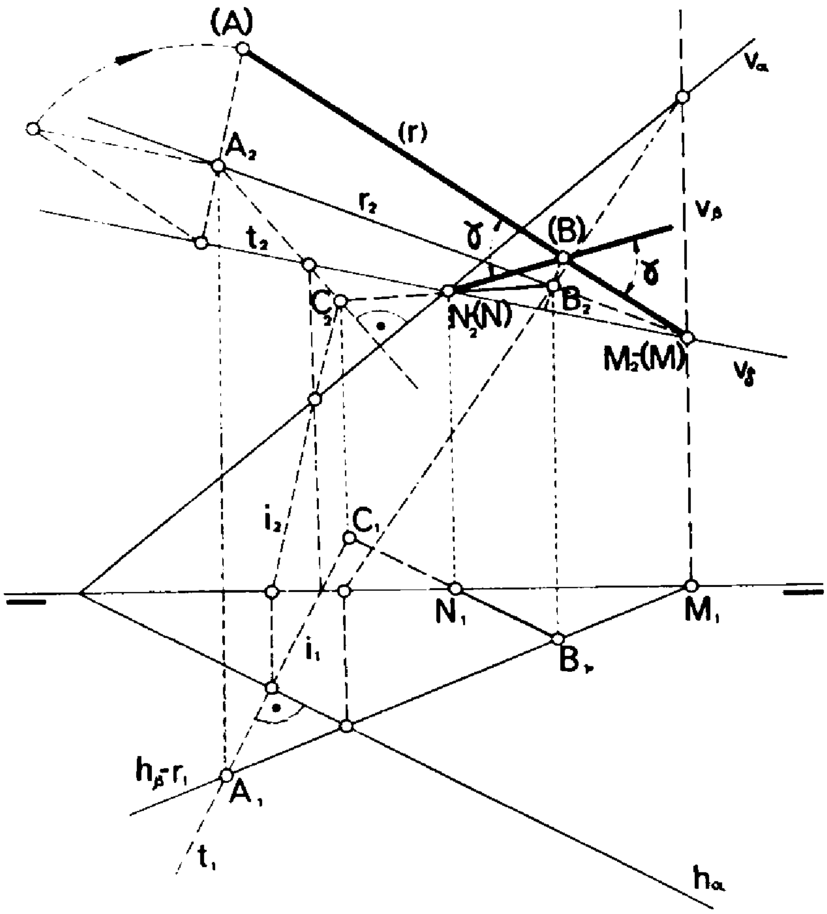


Fig. 9.6

Proyectarnos luego un punto cualquiera (A) de la recta, sobre el plano dado. Para ello,trazamos desde (A_1-A2), la perpendicular (t1-t2) al plano y hallaremos su intersección con él, valiéndonos del plano proyectante horizontal de dicha perpendicular, que corta al dado según la recta (i1-i2).La intersección (C2) de (i2) y (t_2) nos da el punto (C1-C2) que buscamos.La proyección de (r1-r2) sobre el plano es, pues, (B1C_1-B2C2), y el ángulo pedido, el formado por (AB) y (BC).

Para determinar este ángulo,hallarnos las trazas verticales (M_1-M2) y (N1-N2) de (A1B1-A2B2) y (B1C1-B2C2) (las horizontales se salen fuera del dibujo) y abatimos el plano que determinan ambas rectas sobre el vertical, girándolo alrededor de su traza vertical que es, en este caso, la charnela. Abatimos primeramente el punto (A1-A2) (no se ha abatido el (B1-B2), que es el más indicado, para mayor claridad de la figura) en (A), obteniéndose en seguida la recta (r1-r2) abatida, en (r)

Trazando luego, desde (B2) la perpendicular a la charnela, su intersección con (r) nos da el abatimiento (B) del punto (B1-B2),que unido con (N), nos da el abatimiento (B-N) de (BC).

El ángulo de la recta con el plano es,por tanto, el (A)(B)(N)

Otro procedimiento más seneflio para hallar la medida del ángulo es trazar, desde un punto cualquiera de la recta, una perpendicular al plano.El ángulo pedido,es el complementario del que forman la perpendicular y la recta dada.

17.3. ANGULO DE DOS PLANOS

Sean los dos planos a (fig. 9.7). Hallaremos primeramente r_1-r_2), determinada por las intersecciones (H) y (V) de las trazas horizontales y verticales de los planos. Luego, por un punto cualquiera (A1-A2) de dicha intersección, trazaremos un plano perpendicular a ella, valiéndonos de la horizontal que pasa por (A_1-A2) (ver fig. 9.3), y las intersecciones de este plano con los dados, serán los lados del rectflíneo del

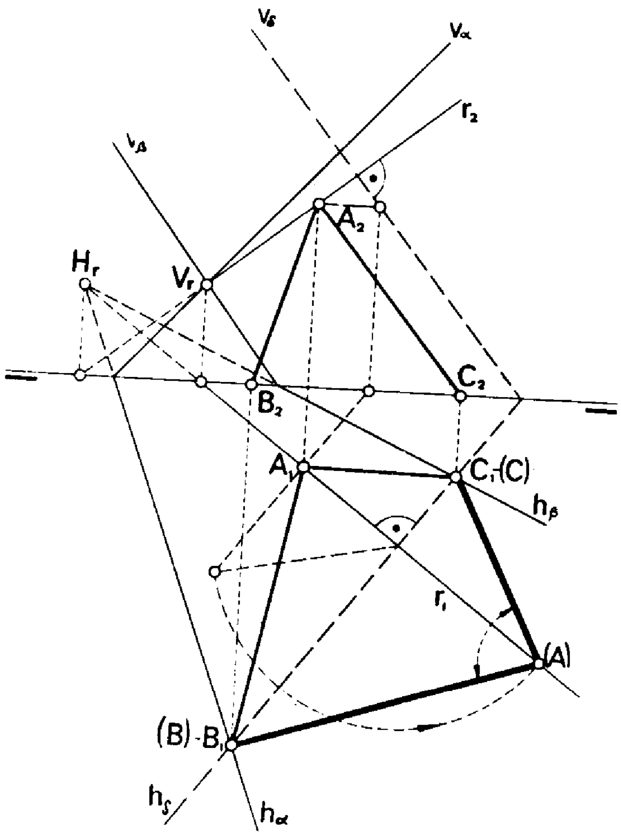


Fig. 9.7

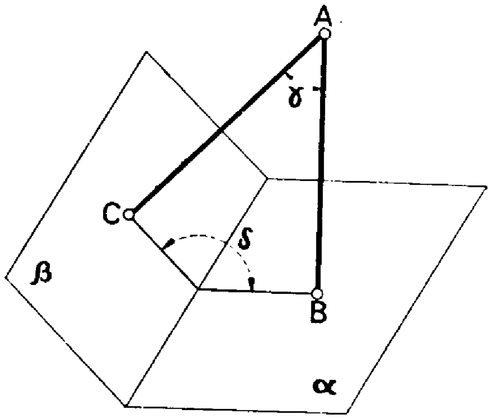


Fig. 9.8

diedro que éstos forman.

Ahora bien, el punto (B_1-B_2) de intersección de las trazas horizontales es un punto común a los dos planos y el (C1-C2) es punto común a los otros dos planos y como (A1-A-2) es común a los tres planos,los lados del rectilíneo que buscamos son los (A1B1-A2B2) y (A1C_1-A_2C_2), que abatidos sobre el horizontal (abatiendo prev ia mente el punto (A1-A2) en (A),se obtienen en verdadera magnitud en (A)(B) y (A)(C) El ángulo pedido es, pues el (B)(A)(C).

Otro procedimiento para hallar el ángulo de dos p]anos a (fig. 9.8), consiste en trazar, desde un punto cualquiera (A) del espacio, las perpendiculares (A - B) y (AC) a cada uno de ellos y abatir el plano determinado por ellas. El ángulo ,formado por los planos dados, será el suplementario del ángulo que forman dichas perpendiculares.

17.4. ANGULOS DE UNA RECTA CON LOS PLANOS DE PROYECCION.

Sea la recta (R1-R2) (Fig. 9.9). Para hallar el ángulo que forma con el plano horizontal de proyección, basta abatir su plano. La proyección de la recta sobre el plano horizontal,la tenemos directamente en (r1) y también su traza horizontal (H) hasta abatir un punto cualquiera de la recta que,en este caso,va a ser su traza vertical (Vr),obteniéndola abatida, en (Vr). El ángulo pedido es el formado por (r1) y (r).

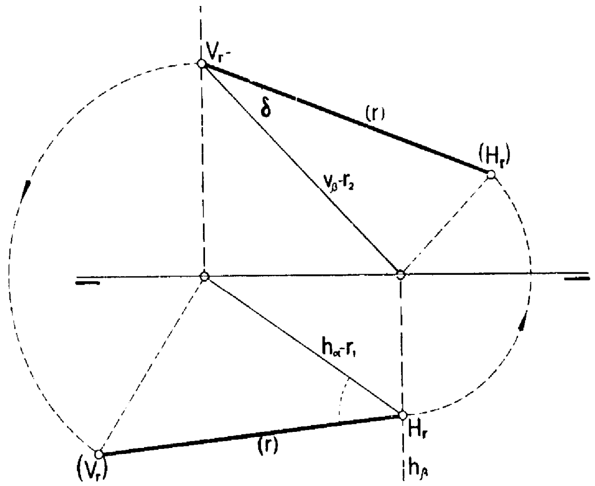


Fig. 9.9

Del mismo modo, para hallar el ángulo que forma la recta con el plano vertical,abatiremos sobre él el plano proyectante vertical de la recta,obteniendo en (Hr) el abatimiento de Hr que nos da el abatimiento (r) de r y el lángulo buscado.

También se puede girar la recta (r1-r2) dada en (fig. 9,10) alrededor de un eje vertical S1-S_2 que la corte (en el caso de la fihura,pasa por su traza vertical Vr)

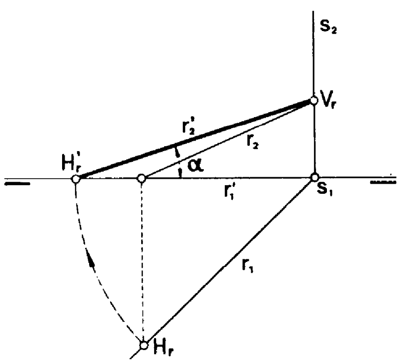


Fig. 9.10

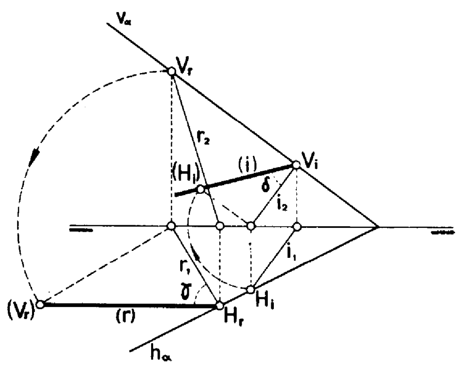


Fig. 9.11

hasta convertirla en la frontal r'_1-r'_2,midiéndose directamente el ángulo pedido,el ánguloque forma la proyección vertical r'2 de la recta girada,con la línea de tierra.

17.5. ANGULO DE UN PLANO CON LOS DE PROYECCION.

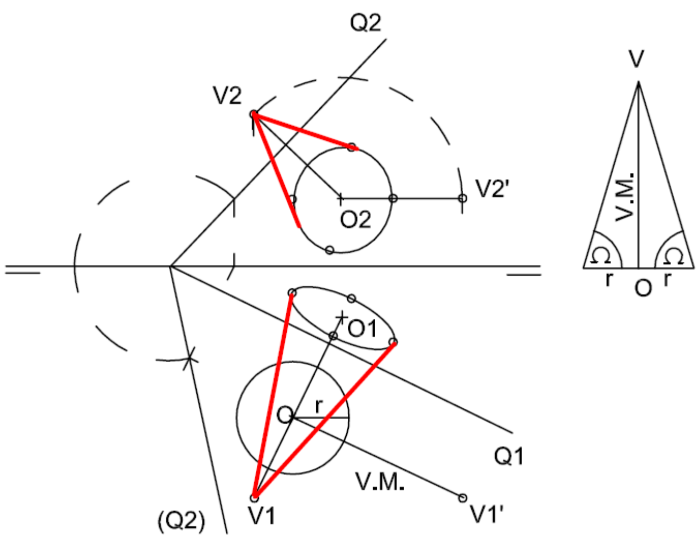
Sea un plano cualquiera.Si queremos hallar el ángulo que forma con el plano horizontal de proyección,basta observar que los lados del rectilíneo del diedro que determina son la recta de máxima pendiente r_1-r_2 del plano y su proyección horizontal r_1, con lo que el problema se reduce al caso anterior, es decir, hallar el ángulo que forma una recta r_1-r_2 con el plano horizontal.(Fig. nº 9,11)

Análogamente,el ángulo que forma el plano dado con el vertical de proyección, es el formado por una recta de máxima inclinación (i1-i2) ,con el plano vertical.

CASOS INVERSOS

17.6. RECTA QUE FORME DETERMINADO ANGULO CON UN PLANO DADO

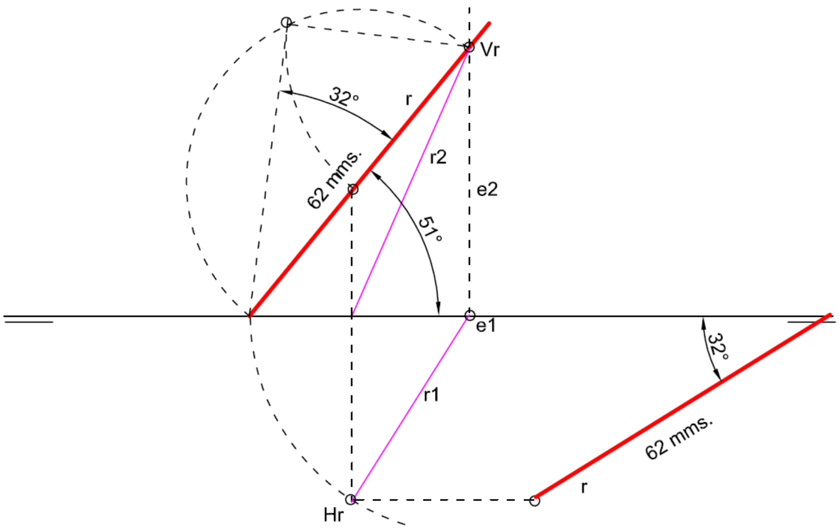
Se trata de obtener las proyecciones de una recta (r) trazada desde un punto exterior a un plano y que forme determinado angulo con el mismo



Sea el punto (V) exterior ,desde el mismo trazaremos la perpendicular al plano y hallamos la intersección con el mismo (O).Abatimos el plano (Q) y el punto (O)

El punto (O) será el centro de la base del cono de revolución cuyas generatrices formarán el angulo (omega) propuesto. Previamente obtendremos la verdadera magnitud del segmento (V-O),para determinar el diámetro de la base.

17.7. RECTA QUE FORME ANGULOS DADOS CON LOS DE PROYECCIÓN



Se trata de hallar las proyecciones de una recta (r) que forme determinados ángulos con los de proyección,(en el ejemplo 51º con el PHP y 32º con el PVP).

En primer lugar trazaremos una recta que forme 51º con la LT,y aparte otra que forme 32º con la LT tal como se indica en la figura.Escogeremos un punto sobre la proyección vertical (Vr).Considerando que la recta esta contenida en el PVP (al haberse girado previamente sobre el mismo) la distancia entre Vr y el punto donde converge la recta con la LT es verdadera magnitud (62 mms.)

Tomamos la misma longitud (62 mms.) sobre la recta trazada que forma 32º con la LT.

Hacemos pasar un eje de giro vertical (e) por (Vr) y trazamos arco tal como se indica en la figura desde el centro (e1).

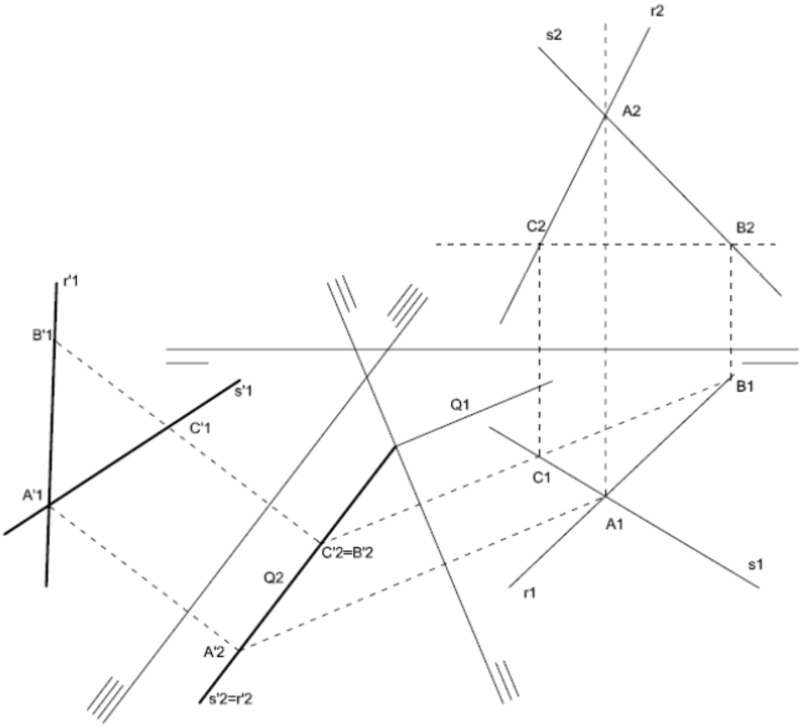
Por el extremo da la otra recta,trazamos paralela a la LT que nos cortará al arco trazado en un punto (Hr).

(Vr) y (Hr) serán respectivamente las trazas vertical y horizontal de la recta (r), a partir de ellas obtendremos las proyecciones (r2) y (r1)

17.8. RECTA QUE FORME DETERMINADOS ANGULOS CON OTRAS DOS.

Dadas dos rectas (r) y (s) que se cortan en el punto (O),hallar una tercera que pase por dicho punto (O) y forme los angulos (P) y (Q) con las citadas (r) y (s) respectivamente.

Mediante sucesivos cambios de planos ponemos en posición horizontal el plano que definen las recta que se cortan (r) y (s).Las proyecciones verticales de ambas coincidirán y las proyecciones horizontales formaran ángulos con los de proyección en verdadera magnitud (rectas horizontales),como observamos en la figura.



A continuación, (se ha dibujado aparte) tomamos cada una de las rectas como si fueran los ejes de dos conos rectos y que sus generatrices formaran los ángulos dados.

Haciendo centro en el punto de intersección de las rectas,trazaremos una esfera que inscribirá a los dos conos.Posteriormente trazaremos el contorno aparente de los dos conos en proyección horizontal observando si las bases de los mismos se cortan,son tangentes o no se cortan.

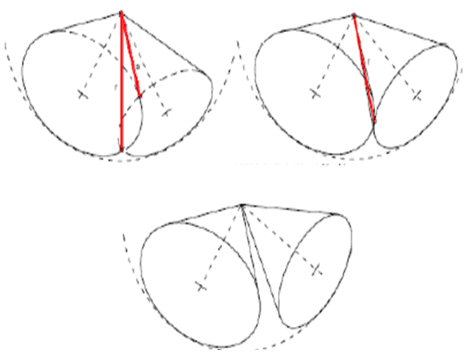
CASOS QUE SE PRESENTAN:

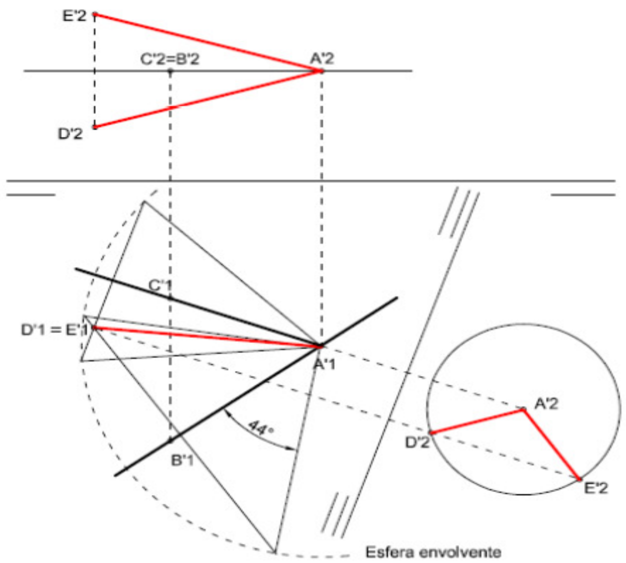
1º.- Las bases de los conos se cortan : Se obtienen dos soluciones.

2º.- Las bases de los conos son tangentes : Se obtiene una solución sólamente

3º.- Las bases de los conos no se tocan : No tiene solución

Nota: En el caso de que se trate de rectas que se crucen,se seguirá igual método, trazando previamente por cualquier punto de una de ellas paralela a la otra





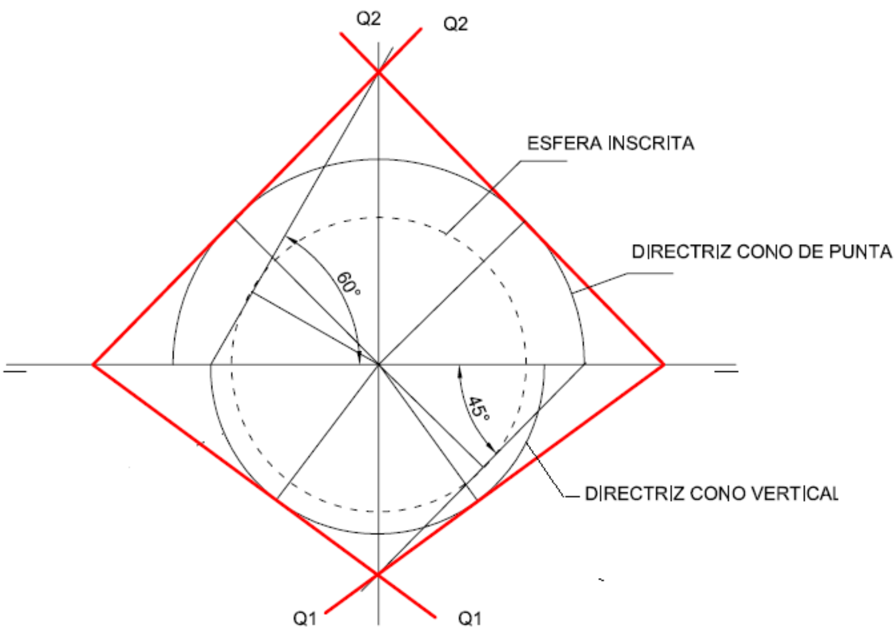
La rectas comunes a los dos conos (A1-E1) y (A1-D1) será la solución.

Mediante otro cambio de plano.disponemos uno de los conos con su eje sea perpendicular al P.V. y obtenemos la directriz del mismo en VM. (proyección vertical).

Referimos el punto de intersección entre las base de los conos a la directriz citada y obtendremos las proyecciones verticales (D2) y (E2).

17.9. PLANO QUE FORME DETERMINADOS ANGULOS CON LOS DE PROYECCIÓN

PLANO QUE FORMA 60º CON PHP. Y 45º CON PVP.



METODO DE LOS CONOS

Trazaremos un eje perpendicular a la L.T. el punto de intersección lo consideramos como el centro de una esfera inscrita a los dos conos ,cuyas ganeratices formen los angulos pedidos con los planos de proyección.

A un lado y otro del eje trazaremos tangentes a la esfera inscrita con los ángulos dados,que cortará al citado eje en puntos de las trazas del plano que queremos obtener y determinaran los radios de las directrices de los dos conos.

Trazando tangentes a las directrices obtenidas des los puntos superior e inferior del eje